

Menyelesaikan SPLTV Cara Substitusi

Contoh. Diketahui SPLTV berikut

$$\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ 3x - y + 2z = -5 \\ x + 2y + 2z = 5 \end{cases}$$

Tentukan penyelesaian dengan cara substitusi

Penyelesaian

$$2x + y + z = 4 \quad \dots (1)$$

$$3x - y + 2z = -5 \quad \dots (2)$$

$$x + 2y + 2z = 5 \quad \dots (3)$$

Persamaan (1) diubah sehingga diperoleh

$$2x + y + z = 4$$

$$\Leftrightarrow y = 4 - 2x - z \quad \dots (4)$$

Substitusikan persamaan (4) ke dalam persamaan (2)

$$3x - y + 2z = -5$$

$$\Leftrightarrow 3x - (4 - 2x - z) + 2z = -5$$

$$\Leftrightarrow 3x - 4 + 2x + z + 2z = -5$$

$$\Leftrightarrow 3x + 2x + z + 2z = -5 + 4$$

$$\Leftrightarrow 5x + 3z = -1 \quad \dots (5)$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (3)

$$x + 2y + 2z = 5$$

$$\Leftrightarrow x + 2(4 - 2x - z) + 2z = 5$$

$$\Leftrightarrow x + 8 - 4x - 2z + 2z = 5$$

$$\Leftrightarrow -3x + 8 = 5$$

$$\Leftrightarrow -3x = 5 - 8$$

$$\Leftrightarrow -3x = -3$$

$$\Leftrightarrow x = 1 \quad \dots (6)$$

Substitusi $x = 1$ ke dalam persamaan (5)

$$\Leftrightarrow 5x + 3z = -1$$

$$\Leftrightarrow 5.1 + 3z = -1$$

$$\Leftrightarrow 5 + 3z = -1$$

$$\Leftrightarrow 3z = -1 - 5$$

$$\Leftrightarrow 3z = -6$$

$$\Leftrightarrow z = -2$$

Substitusi $x = 1$ dan $z = -2$ ke dalam persamaan (4)

$$y = 4 - 2x - z$$

$$\Leftrightarrow y = 4 - 2.1 - (-2)$$

$$\Leftrightarrow y = 4 - 2 + 2$$

$$\Leftrightarrow y = 4$$

Jadi, diperoleh penyelesaian $x = 1$, $y = 4$, dan $z = -2$

Contoh. Diketahui SPLTV berikut

$$\begin{cases} x - y + 2z = 9 \\ 2x - 2y + 3z = 13 \\ 3x + y + z = 10 \end{cases}$$

Tentukan himpunan penyelesaian dengan cara substitusi

Penyelesaian

$$\begin{cases} x - y + 2z = 9 \dots (1) \\ 2x - 2y + 3z = 13 \dots (2) \\ 3x + y + z = 10 \dots (3) \end{cases}$$

Persamaan (1) diubah sehingga diperoleh

$$x - y + 2z = 9$$

$$\Leftrightarrow x = 9 + y - 2z \dots (4)$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (2)

$$2x - 2y + 3z = 13$$

$$\Leftrightarrow 2(9 + y - 2z) - 2y + 3z = 13$$

$$\Leftrightarrow 18 + 2y - 4z - 2y + 3z = 13$$

$$\Leftrightarrow 18 - z = 13$$

$$\Leftrightarrow z = 18 - 13$$

$$\Leftrightarrow z = 5 \dots (5)$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (3)

$$3x + y + z = 10$$

$$\Leftrightarrow 3(9 + y - 2z) + y + z = 10$$

$$\Leftrightarrow 27 + 3y - 6z + y + z = 10$$

$$\Leftrightarrow 4y - 5z + 27 = 10$$

$$\Leftrightarrow 4y - 5z = -17 \dots (6)$$

Substitusi persamaan $z = 5$ ke persamaan (6)

$$\Leftrightarrow 4y - 5 \cdot 5 = -17$$

$$\Leftrightarrow 4y - 25 = -17$$

$$\Leftrightarrow 4y = -17 + 25$$

$$\Leftrightarrow 4y = 8$$

$$\Leftrightarrow y = 2$$

Substitusi $y = 2$ dan $z = 5$ ke dalam persamaan (4)

$$x = 9 + y - 2z$$

$$x = 9 + 2 - 2 \cdot 5$$

$$x = 9 + 2 - 10$$

$$x = 1$$

Jadi, himpunan penyelesaian = $\{1, 2, 5\}$

Contoh. Diketahui SPLTV berikut

$$\begin{cases} 4x - 2y + z = -19 \\ 3x + y - 3z = -8 \\ 2x + 5y + z = 15 \end{cases}$$

Dengan cara substitusi

a. Tentukan himpunan penyelesaian

b. Hitung nilai $5x - 9y + 8z$

Penyelesaian

a.

$$4x - 2y + z = -19 \dots (1)$$

$$3x + y - 3z = -8 \dots (2)$$

$$2x + 5y + z = 15 \dots (3)$$

Persamaan (1) diubah sehingga diperoleh

$$4x - 2y + z = -19$$

$$\Leftrightarrow z = -19 - 4x + 2y \dots (4)$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (2)

$$\begin{aligned}
 3x + y - 3z &= -8 \\
 \Leftrightarrow 3x + y - 3(-19 - 4x + 2y) &= -8 \\
 \Leftrightarrow 3x + y + 57 + 12x - 6y &= -8 \\
 \Leftrightarrow 15x - 5y &= -8 - 57 \\
 \Leftrightarrow 15x - 5y &= -65 \\
 \Leftrightarrow 3x - y &= -13 \dots (5)
 \end{aligned}$$

Substitusi persamaan (4) ke dalam persamaan (3)

$$\begin{aligned}
 2x + 5y + z &= 15 \\
 \Leftrightarrow 2x + 5y + (-19 - 4x + 2y) &= 15 \\
 \Leftrightarrow 2x + 5y - 19 - 4x + 2y &= 15 \\
 \Leftrightarrow -2x + 7y &= 15 + 19 \\
 \Leftrightarrow -2x + 7y &= 34 \dots (6)
 \end{aligned}$$

Dari persamaan (5) diperoleh

$$\begin{aligned}
 \Leftrightarrow 3x - y &= -13 \\
 \Leftrightarrow y &= 3x + 13 \dots (7)
 \end{aligned}$$

Substitusi persamaan (7) ke dalam persamaan (6)

$$\begin{aligned}
 -2x + 7y &= 34 \\
 \Leftrightarrow -2x + 7(3x + 13) &= 34 \\
 \Leftrightarrow -2x + 21x + 91 &= 34 \\
 \Leftrightarrow 19x &= 34 - 91 \\
 \Leftrightarrow 19x &= -57 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{-57}{19} \\
 \Leftrightarrow x &= -3
 \end{aligned}$$

Substitusi $x = -3$ ke dalam persamaan (7)

$$\begin{aligned}
 y &= 3x + 13 \\
 \Leftrightarrow y &= 3(-3) + 13 \\
 \Leftrightarrow y &= -9 + 13 \\
 \Leftrightarrow y &= 4
 \end{aligned}$$

Substitusi $x = -3$ dan $y = 4$ ke dalam persamaan (4)

$$\begin{aligned}
 z &= -19 - 4x + 2y \\
 \Leftrightarrow z &= -19 - 4(-3) + 2 \cdot 4 \\
 \Leftrightarrow z &= -19 + 12 + 8 \\
 \Leftrightarrow z &= 1
 \end{aligned}$$

Jadi, himpunan penyelesaian $\{(x, y, z)\} = \{(-3, 4, 1)\}$

b. Nilai $5x - 9y + 8z$

$$\begin{aligned}
 &= 5(-3) - 9 \cdot 4 + 8 \cdot 1 \\
 &= -15 - 36 + 8 \\
 &= -43
 \end{aligned}$$