

# BAHAN AJAR DARING HANDOUT Ke – 1

## MATERI POLA BILANGAN

**Kelas/ Semester** : X (Sepuluh)/Gasal

**Pengampu** : Sayekti Dwiningrum

**Alokasi waktu** : 2 × 40 menit

### Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi :

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.5 Menganalisis barisan dan deret aritmetika	3.5.1 Mengamati dan mengidentifikasi fakta pada barisan berdasarkan keteraturan pola bilangan.
	3.5.2 Menganalisis suku berikutnya dari suatu barisan linier berderajat satu
	3.5.3 Menganalisis suku berikutnya dari suatu barisan linier berderajat dua

### Tujuan Pembelajaran :

1. Melalui kegiatan pengamatan dan menggali informasi peserta didik dapat mengidentifikasi fakta pada barisan berdasarkan keteraturan pola bilangan dengan cermat.
2. Melalui kegiatan diskusi,tanya jawab, dan latihan mandiri peserta didik mahir dalam menganalisis suku berikutnya dari suatu barisan linier berderajat satu dengan tepat.
3. Melalui kegiatan diskusi,tanya jawab, dan latihan mandiri peserta didik mahir dalam menganalisis suku berikutnya dari suatu barisan linier berderajat dua dengan tepat.

### Pengantar materi :

Pada zaman modern saat ini kita dapat menemukan berbagai kejadian atau fakta-fakta yang menggunakan bilangan-bilangan atau angka dengan aturan tertentu, misalnya nomor rumah sebelah kiri jalan dengan nomor ganjil dan sisi kanan dengan nomor genap berderet di pinggir jalan besar atau perumahan. Begitu pula dalam bidang ilmu terapan lain penggunaan bilangan dengan berbagai variasi dan bentuk perhitungannya. Agar kita dapat mengembangkan penemuan-penemuan yang telah ada, maka kita perlu mengenal dan memahami latar

belakang dari alat ataupun ilmu-ilmu yang ada, diantaranya barisan bilangan dengan berbagai kaitannya.

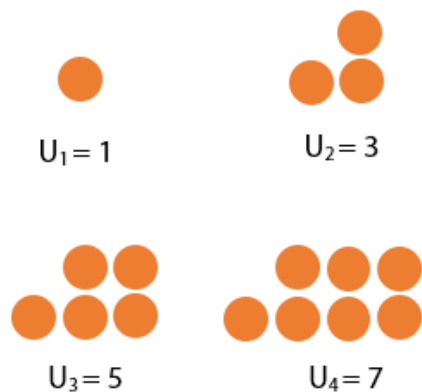
### A. Pola Bilangan

Pola Bilangan adalah sebuah barisan bilangan yang membentuk pola tertentu sehingga dapat diperoleh rumus umum untuk menentukan suku ke – n dari suatu pola bilangan.

Ada beberapa pola bilangan yang sering dipakai yaitu :

#### 1. Pola Bilangan Ganjil

Pola bilangan ganjil adalah barisan loncat yang terdiri atas kumpulan bilangan ganjil. Barisan bilangan yang merupakan pola bilangan ganjil adalah 1, 3, 5, 7, dan seterusnya. Rumus  $U_n$  untuk pola bilangan ganjil dan bentuk pola bilangan ganjil dapat dilihat seperti berikut :



Perhatikan bahwa pola suku – sukunya :

$$U_1 = 1 = 2 \cdot 1 - 1$$

$$U_2 = 3 = 2 \cdot 2 - 1$$

$$U_3 = 5 = 2 \cdot 3 - 1$$

$$U_4 = 7 = 2 \cdot 4 - 1$$

⋮

$$U_n = 2 \cdot n - 1$$

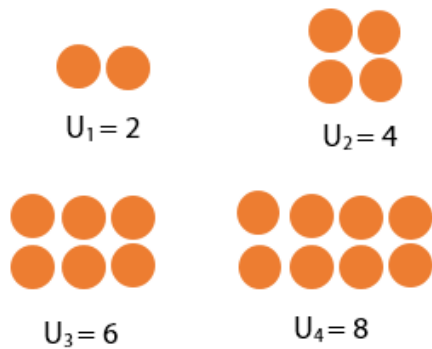
Dengan memperhatikan urutan suku-sukunya maka akan tampak bahwa pola bilangan tersebut mengikuti suatu aturan tertentu, sehingga diperoleh rumus suku ke-n adalah

$$U_n = 2n - 1.$$

#### 2. Pola Bilangan Genap

Hampir sama seperti pola bilangan ganjil, pada pola bilangan genap juga merupakan barisan bilangan loncat yang merupakan kumpulan bilangan genap. Contoh pola bilangan genap: 2, 4, 6, 8, dan seterusnya. Rumus  $U_n$  pola bilangan genap dan bentuk

pola bilangan genap diberikan seperti berikut.



Perhatikan bahwa pola suku – sukunya :

$$U_1 = 2 = 2 \cdot 1$$

$$U_2 = 4 = 2 \cdot 2$$

$$U_3 = 6 = 2 \cdot 3$$

$$U_4 = 8 = \dots$$

$$U_5 = 10 = \dots$$

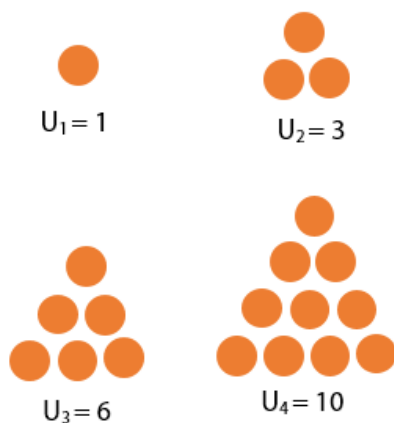
⋮

$$U_n = \dots$$

Dengan memperhatikan urutan suku – sukunya maka akan tampak bahwa pola bilangan tersebut mengikuti suatu aturan tertentu, sehingga diperoleh rumus suku ke- $n$  adalah  $U_n = \dots$

### 3. Pola Bilangan Segitiga

Pada pola bilangan segitiga, barisan bilangan yang mewakili bundaran yang dapat membentuk segitiga. Contoh pola bilangan segitiga: 1, 3, 6, 10, dan seterusnya. Rumus  $U_n$  pola bilangan segitiga dan bentuk pola bilangan segitiga diberikan seperti gambar di bawah.



Perhatikan bahwa pola suku – sukunya :

$$U_1 = 1 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot (1 + 1)$$

$$U_2 = 3 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (2 + 1)$$

$$U_3 = 6 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (3 + 1)$$

$$U_4 = 10 = \dots$$

$$U_5 = \dots = \dots$$

$$U_6 = \dots = \dots$$

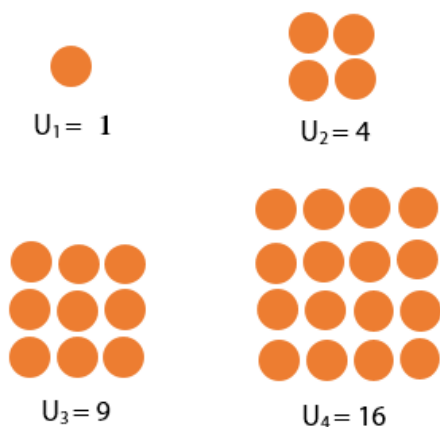
⋮

$$U_n = \dots$$

Dengan memperhatikan urutan suku - sukunya maka akan tampak bahwa pola bilangan tersebut mengikuti suatu aturan tertentu, sehingga diperoleh rumus suku ke-n adalah  $U_n = \dots$

#### 4. Pola Bilangan Persegi

Untuk pola bilangan persegi memiliki pola yang sama dengan pola bilangan pangkat dua. Barisan bilangan yang menyusun pola bilangan persegi juga merupakan pola bilangan pangkat dua. Sehingga rumus  $U_n$  pola bilangan persegi dapat dinyatakan sebagai pangkat dua dari suatu bilangan. Contoh pola bilangan persegi: 2, 4, 9, 16, dan seterusnya.



Perhatikan bahwa pola suku - sukunya :

$$U_1 = 1 = 1^2$$

$$U_2 = 4 = 2^2$$

$$U_3 = 9 = 3^2$$

$$U_4 = 16 = \dots$$

$$U_5 = \dots = \dots$$

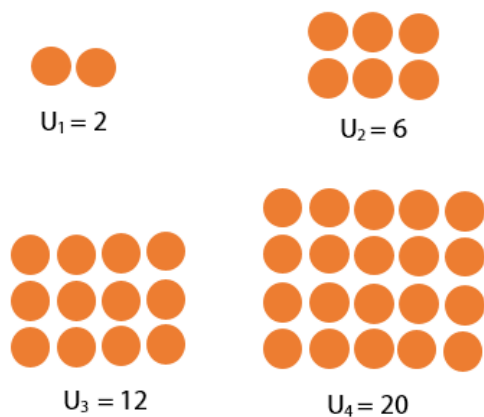
$$U_6 = \dots = \dots$$

$$\begin{aligned} & \vdots \\ U_n &= \dots \end{aligned}$$

Dengan memperhatikan urutan suku - sukunya maka akan tampak bahwa pola bilangan tersebut mengikuti suatu aturan tertentu, sehingga diperoleh rumus suku ke-n adalah  $U_n = \dots$

### 5. Pola Bilangan Persegi Panjang

Contoh pola bilangan persegi panjang: 2, 6, 12, 20, dan seterusnya. Rumus  $U_n$  untuk pola bilangan persegi dapat dilihat dari bentuk pola bilangan seperti pada gambar berikut.



Perhatikan bahwa pola suku – sukunya :

$$U_1 = 2 = 1 \cdot (1 + 1)$$

$$U_2 = 6 = 2 \cdot (2 + 1)$$

$$U_3 = 12 = 3 \cdot (3 + 1)$$

$$U_4 = 20 = \dots$$

$$U_5 = \dots = \dots$$

$$U_6 = \dots = \dots$$

$\vdots$

$$U_n = \dots$$

Dengan memperhatikan urutan suku-sukunya maka akan tampak bahwa pola bilangan tersebut mengikuti suatu aturan, sehingga diperoleh rumus suku ke-n adalah  $U_n = \dots$

### 6. Pola Bilangan Segitiga Pascal

Pola bilangan segitiga pascal merupakan jumlah bilangan – bilangan dari setiap baris pada segitiga pascal. Contoh pada baris ke 4 dari segitiga pascal terdiri atas barisan

bilangan 1, 2, dan 1 sehingga bilangan  $U_4$  sama dengan  $1 + 2 + 1 = 4$ . Barisan bilangan segitiga pascal adalah 1, 2, 4, 8, 16, 32, dan seterusnya.

Bentuk pola bilangan segitiga pascal dapat dilihat pada gambar berikut :

$$\begin{array}{cccccccc}
 & & & & & & & 1 & \text{---} \rightarrow U_1 = 1 \\
 & & & & & & & 1 & 1 & \text{---} \rightarrow U_2 = 2 \\
 & & & & & & & 1 & 2 & 1 & \text{---} \rightarrow U_3 = 4 \\
 & & & & & & & 1 & 3 & 3 & 1 & \text{---} \rightarrow U_4 = 8 \\
 & & & & & & & 1 & 4 & 6 & 4 & 1 & \text{---} \rightarrow U_5 = 16 \\
 & & & & & & & 1 & 5 & 10 & 10 & 5 & 1 & \text{---} \rightarrow U_6 = 32
 \end{array}$$

Perhatikan bahwa pola suku – sukunya :

$$U_1 = 1 = 2^{1-1}$$

$$U_2 = 2 = 2^{2-1}$$

$$U_3 = 4 = 2^{3-1}$$

$$U_4 = 8 = \dots$$

$$U_5 = 16 = \dots$$

$$U_6 = 32 = \dots$$

⋮

$$U_n = \dots$$

Dengan memperhatikan urutan suku - sukunya maka akan tampak bahwa pola bilangan tersebut mengikuti suatu aturan, sehingga diperoleh rumus suku ke – n adalah  $U_n = \dots$

## 7. Pola bilangan Fibonacci

Pola bilangan Fibonacci adalah pola bilangan rekursif (pemanggilan ulang / pengulangan)

yang ditemukan oleh seorang matematikawan berkebangsaan Italia yang bernama Leonardo da Pisa. Pola bilangan Fibonacci diperoleh dari menjumlah dua bilangan sebelumnya. Contoh barisan bilangan Fibonacci adalah 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, dan seterusnya.

### Pola Bilangan Fibonacci:

$$\begin{array}{cccccccc}
 1 & 1 & 2 & 3 & 5 & 8 & 13 & \text{dst} \\
 \text{2 bilangan awal} & & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\
 & & 1+1 & 1+2 & 2+3 & 3+5 & 5+8 & 
 \end{array}$$

Perhatikan bahwa pola suku – sukunya :

$$U_1 = 1 = 1$$

$$U_2 = 1 = 1$$

$$U_3 = 2 = 1 + 1 = U_1 + U_2$$

$$U_4 = 3 = 1 + 2 = U_2 + U_3$$

$$U_5 = 5 = 2 + 3 = U_3 + U_4$$

$$U_6 = 8 = \dots + \dots = U_{\dots} + U_{\dots}$$

$$U_7 = 13 = \dots + \dots = U_{\dots} + U_{\dots}$$

⋮

$$U_n = \dots = U_{\dots} + U_{\dots}$$

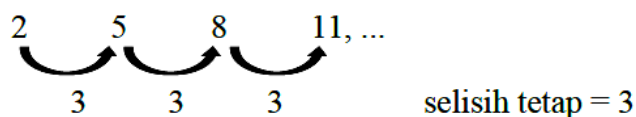
Dengan memperhatikan urutan bilangannya maka akan tampak bahwa pola bilangan tersebut mengikuti suatu aturan, sehingga diperoleh rumus suku ke – n adalah  $U_n = U_{\dots} + U_{\dots}$

## B. Barisan Sebagai Suatu Fungsi

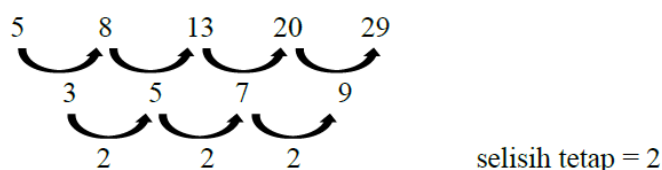
Untuk menentukan suku-suku suatu barisan, dapat dilihat dari keteraturan pola dari suku – suku sebelumnya. Salah satu cara untuk menentukan rumus umum suku ke-n suatu barisan adalah dengan memperhatikan selisih antara dua suku yang berurutan. Bila pada satu tingkat pengerjaan belum diperoleh selisih tetap, maka pengerjaan dilakukan pada tingkat berikutnya sampai diperoleh selisih tetap. Suatu barisan disebut **berderajat satu** bila selisih tetap diperoleh dalam satu tingkat pengerjaan, disebut **berderajat dua** bila selisih tetap diperoleh dalam dua tingkat pengerjaan dan seterusnya.

Untuk memahami pengertian barisan berderajat satu, berderajat dua, dan seterusnya perhatikan contoh berikut:

- Barisan 2, 5, 8, 11, ... disebut barisan berderajat satu karena selisih tetap diperoleh pada satu tingkat penyelidikan.



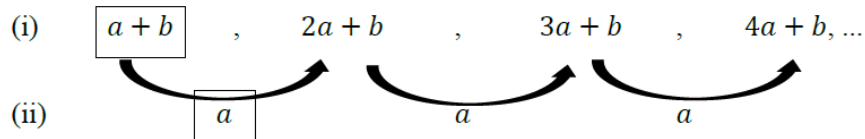
- Barisan 5, 8, 13, 20, 29, ... disebut barisan berderajat dua karena selisih tetap diperoleh pada dua tingkat penyelidikan.



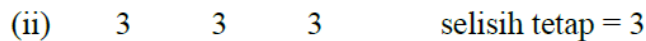
Untuk menentukan rumus suku ke- $n$  masing-masing barisan itu dilakukan dengan cara sebagai berikut:

1. Barisan linier berderajat satu

Karena barisannya berderajat satu maka bentuk umum suku ke- $n$  adalah  $U_n = an + b$ , sehingga  $U_1 = a + b$ ,  $U_2 = 2a + b$ ,  $U_3 = 3a + b$ , dan seterusnya.



Dengan demikian rumus umum suku ke- $n$  barisan 2, 5, 8, 11, ... dapat ditentukan dengan cara:

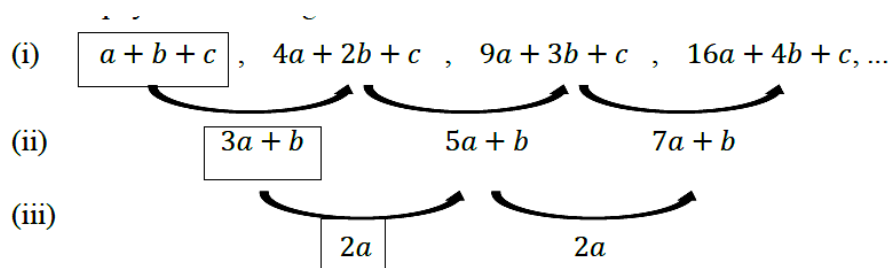


$$\begin{aligned} \text{(ii) } a = 3 &\rightarrow \text{(i) } a + b = 2 \\ &3 + b = 2 \\ &b = -1 \end{aligned}$$

Jadi rumus suku ke- $n$  barisan 2, 5, 8, 11, ... adalah  $U_n = 3n - 1$

2. Barisan linier berderajat dua

Karena barisannya berderajat dua maka bentuk umum suku ke- $n$  adalah  $U_n = an^2 + bn + c$ . Dengan demikian  $U_1 = a + b + c$ ,  $U_2 = 4a + 2b + c$ ,  $U_3 = 9a + 3b + c$ , dan seterusnya.



Dengan demikian rumus umum suku ke- $n$  barisan 5, 8, 13, 20, 29, ... dapat ditentukan dengan cara :



$$\begin{array}{l}
 \text{(i)} \quad 5 \quad 8 \quad 13 \quad 20 \quad 29 \\
 \text{(ii)} \quad 3 \quad 5 \quad 7 \quad 9 \\
 \text{(iii)} \quad 2 \quad 2 \quad 2 \quad \text{selisih tetap} = 2
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iii)} \quad 2a &= 2 \\
 a &= 1 \rightarrow \text{(ii)} \quad 3a + b = 3 \\
 & \quad 3 \cdot 1 + b = 3 \\
 & \quad b = 0 \\
 & \rightarrow \text{(i)} \quad a + b + c = 5 \\
 & \quad 1 + 0 + c = 5 \rightarrow c = 4
 \end{aligned}$$

Jadi rumus suku ke  $-n$  barisan 5, 8, 13, 20, 29, ... adalah  $U_n = n^2 + 4$ .

Untuk lebih memahami konsep pola bilangan dan barisan sebagai fungsi, dapat mengakses laman :

<https://www.youtube.com/watch?v=10S6NGToXYM>

<https://www.youtube.com/watch?v=gkduVpfDtGY>

<https://www.youtube.com/watch?v=L4ayeyv88iQ>

### Latihan Soal

Kerjakan soal dibawah ini dengan benar dan jelas.

- Tentukan dan susun 5 bilangan pertama yang memenuhi aturan / pola sebagai berikut, untuk  $n$  bilangan Asli:
  - $2n - 3$
  - $2n + n^2$
  - $\frac{1}{2}n + 1$
  - $(n - 1)^2$
  - $5n + 2(n^2 - 1)$
- Carilah dua suku berikutnya dari barisan bilangan
  - 4, 6, 9, 13, 18, ..., ...
  - 4, 7, 10, 13, ..., ...
- Andi diberi tugas oleh Pak Marno untuk meletakkan buku di rak perpustakaan. Di rak pertama ia harus meletakkan 6 buah buku, di rak kedua 11 buah buku, di rak ketiga 16 buah buku, di rak keempat 21 buah buku. Jika banyaknya rak di perpustakaan adalah 10, tentukan banyaknya buku yang harus disusun Budi di rak terakhir!

4. Tentukan rumus suku ke  $-n$  dari urutan bilangan di bawah ini:
  - a. 2, 5, 8, 11, 14, ...
  - b. 4, 9, 16, 25, ...
  - c. 0, 1, 3, 6, 10, ...
5. Pada suatu acara, orang – orang yang hadir akan saling bersalaman. Jika antara dua orang yang berinteraksi saling bersalaman maka salaman tersebut dihitung satu kali salaman. Apabila pada acara tersebut dihadiri 20 orang yang bersalaman maka berapa jumlah salamannya?
6. Carilah jumlah bilangan pada baris ke – 7 dari pola bilangan segitiga pascal !
7. Seorang pedagang berencana melakukan kegiatan sedekah untuk rakyat miskin sebagai wujud rasa syukur atas kemajuan usahanya. Setiap hari ia memberikan sedekah menurut Deret Fibonacci (dalam ratusan ribu rupiah) selama 1 minggu, dimulai Rp 100.000,00 pada hari pertama. Berapa uang sedekah yang harus disediakan pedagang tersebut ?
8. Selvi naik taksi dari Kota A ke Kota B yang berjarak 9 kilometer. Besarnya argo taksi adalah Rp 8.000,00 untuk 1 kilometer pertama, kemudian bertambah Rp700,00 tiap 100 meter selanjutnya. Tentukan besarnya ongkos taksi yang harus dibayar Selvi !

Selamat Mengerjakan dan Sukses Selalu

## BAHAN AJAR DARING HANDOUT Ke – 2

### MATERI BARISAN DAN DERET ARITMATIKA

**Kelas/ Semester** : X (Sepuluh)/Gasal  
**Pengampu** : Sayekti Dwiningrum  
**Alokasi waktu** : 2 × 40 menit

#### Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi :

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
3.5 Menganalisis barisan dan deret aritmetika	3.5.4 Mengidentifikasi perbedaan barisan dengan deret
	3.5.5 Menentukan suku pertama dan beda barisan aritmetika
	3.5.6 Menganalisis dan mengidentifikasi rumus suku tengah barisan aritmetika ganjil
	3.5.7 Menganalisis dan mengidentifikasi suku ke-n dari barisan aritmetika.
	3.5.8 Menganalisis dan mengidentifikasi jumlah n suku pertama deret aritmetika

#### Tujuan Pembelajaran :

1. Melalui kegiatan mengumpulkan informasi peserta didik dapat mengidentifikasi perbedaan barisan dan deret dengan tepat dan percaya diri.
2. Melalui kegiatan mengumpulkan informasi dan latihan mandiri peserta didik mahir dalam menentukan suku pertama dan beda barisan aritmetika dengan tepat.
3. Melalui kegiatan mengamati, mengumpulkan informasi, dan latihan mandiri peserta didik dapat menganalisis dan mengidentifikasi rumus suku tengah barisan aritmetika ganjil dengan cermat dan tepat.
4. Melalui kegiatan diskusi, tanya jawab, dan latihan mandiri peserta didik dapat menganalisis dan mengidentifikasi suku ke-n dari barisan aritmetika dengan cermat dan tepat.

5. Melalui kegiatan diskusi, tanya jawab, dan latihan mandiri peserta didik mahir dalam menganalisis dan mengidentifikasi  $n$  jumlah  $n$  suku pertama deret aritmetika dengan cermat dan tepat.

### **Pengantar Materi :**

Awal mula ditemukannya ilmu aritmatika bisa dikatakan tidak disengaja. Penemunya adalah Johann Carl Friedrich Gauß. Johann Carl Friedrich Gauß (juga dieja Gauss) lahir di Braunschweig, 30 April 1777 dan meninggal di Göttingen, 23 Februari 1855 pada umur 77 tahun. Dia adalah seorang matematikawan, astronom, dan fisikawan Jerman yang memberikan beragam kontribusi. Ia dipandang sebagai salah satu matematikawan terbesar sepanjang masa selain Archimedes dan Isaac Newton. Dilahirkan di Braunschweig, Jerman, saat umurnya belum genap 3 tahun, ia telah mampu mengoreksi kesalahan daftar gaji tukang batu ayahnya. Menurut sebuah cerita, pada umur 10 tahun, ia membuat gurunya terkagum-kagum dengan memberikan rumus untuk menghitung jumlah suatu deret aritmatika berupa penghitungan deret  $1+2+3+\dots+100$ . Di sekolahnya, Gauss dikenal merupakan anak yang dapat dikatakan seorang pembuat masalah, namun juga merupakan orang yang memiliki kemampuan memecahkan masalah. Pada saat itu, gurunya memberikan soal sulit pada anak muridnya yang juga termasuk Gauss di dalamnya. Saat itu Gauss terbilang masih muda untuk menyelesaikan soal perhitungan  $1+2+3+4+\dots+100$ . Gurunya bermaksud memberikan soal ini agar sang guru tak perlu mengajar dan dapat beristirahat. Dia yakin bahwa untuk menyelesaikan soal tersebut, butuh waktu lama. Namun, ternyata Gauss berhasil memecahkannya dalam waktu yang cepat. Sang guru pun terkagum-kagum dengan hasil pemecahan Gauss yang cepat dan tepat. Gauss menciptakan cara untuk menghitung deret aritmatika. Cara yang Gauss ciptakan untuk menghitung deret aritmatika tersebut memang telah disederhanakan menjadi rumus " $S_n = \frac{1}{2} n(U_1 + U_n)$ " yang lebih sederhana, namun tetap berdasarkan cara yang ditemukan Gauss sendiri.

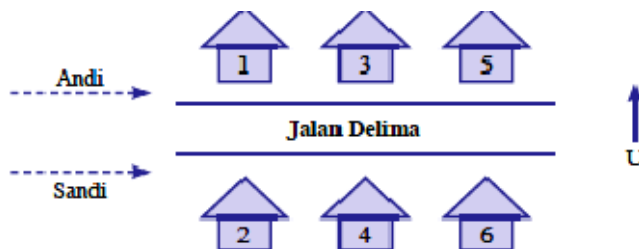
Barisan dan deret dalam matematika memiliki manfaat yang banyak dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya seorang pengusaha pastinya akan memperhatikan perkembangan usahanya. Perkembangan usaha yang konstan dari waktu ke waktu mengikuti baris hitung, sehingga bisa memprediksikan skala keuntungan dan kerugian. Hal yang sama juga berlaku untuk petani, bisa menghitung skala keuntungan dan kerugian dari jumlah total panen dengan perbandingan harga di pasaran.

## A. Pengertian Barisan dan Deret Bilangan

### 1. Barisan Bilangan

Sebelum mempelajari barisan bilangan, pelajarilah ilustrasi berikut.

Andi dan Sandi adalah dua orang yang berprofesi sebagai salesman di sebuah perusahaan produk alat-alat rumah tangga. Keduanya biasa menjual atau menawarkan barang dagangannya secara *door to door* langsung mendatangi rumah calon konsumennya. Suatu hari pada rumah-rumah yang terletak di Jalan Delima, mereka berdua berbagi tugas. Andi memasarkan produk di sisi Utara, sedangkan Sandi memasarkan di sisi Selatan.



Secara kebetulan Andi mendatangi rumah-rumah bernomor 1, 3, 5,...dan seterusnya. Adapun Sandi mendatangi rumah-rumah bernomor 2, 4, 6,...dan seterusnya. Nomor-nomor rumah yang didatangi Andi dan Sandi dapat dituliskan dalam urutan bilangan berikut.

Nomor rumah yang didatangi Andi : 1, 3, 5,...

Nomor rumah yang didatangi Sandi : 2, 4, 6,...

Selanjutnya, nomor-nomor rumah yang didatangi Andi disebut urutan bilangan (1) dan nomor-nomor rumah yang didatangi Sandi disebut urutan bilangan (2). Oleh karena itu, dapat dituliskan:

urutan bilangan (1) : 1, 3, 5,...

urutan bilangan (2) : 2, 4, 6,...

urutan bilangan tersebut yang dinamakan barisan bilangan.

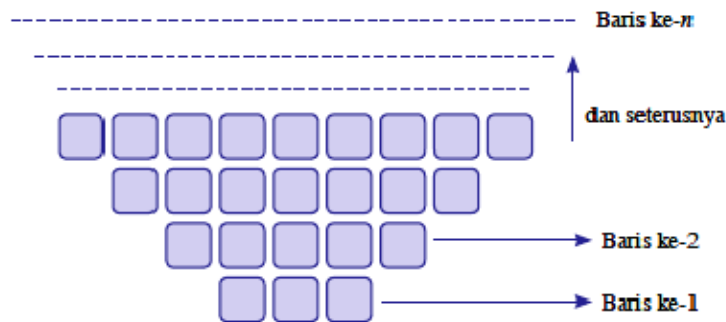
Jadi, Barisan adalah kumpulan objek-objek yang disusun menurut pola tertentu. Objek pertama dinamakan suku pertama, objek kedua dinamakan suku kedua, objek ketiga dinamakan suku ketiga dan seterusnya sampai objek ke- $n$  dinamakan suku ke- $n$  atau  $U_n$ .

### 2. Deret Bilangan

Perhatikan ilustrasi berikut.

Ana seorang Manajer di sebuah perusahaan elektronika. Ia mendapat tugas dari atasannya untuk menjadi panitia dalam acara seminar mengenai "Strategi Pemasaran

Barang-Barang Elektronika". Dalam ruang seminar itu, kursi-kursi para peserta disusun seperti pada gambar berikut.



Jumlah kursi pada setiap barisnya dalam ruang seminar tersebut dapat dinyatakan dengan barisan bilangan 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ... .Urutan tersebut merupakan barisan bilangan karena memiliki pola, yaitu "ditambah 2".

Pada pembahasan kali ini, akan diperkenalkan dengan konsep deret bilangan. Deret bilangan merupakan jumlah beruntun dari suku-suku suatu barisan bilangan.

Berarti, deret bilangan dari barisan 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, ... adalah  $3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + \dots$ . Jika dalam ruang seminar terdapat 7 baris kursi maka jumlah seluruh kursi dalam ruang seminar tersebut dapat dihitung dengan cara:  $3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 = 63$ .

Jika  $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$  merupakan suku-suku suatu barisan maka  $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$  dinamakan deret. Disimbolkan dengan  $S_n$ . Jadi,  $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n = S_n$

## B. Barisan Aritmatika

Barisan aritmatika adalah suatu barisan angka-angka dimana bilangan pada suku – suku yang berdampingan memiliki selisih atau beda yang tetap.

Perhatikan barisan berikut.

(i) 0, 2, 4, 6,...

(ii) 8, 5, 2, -1, -4,...

Jika dicermati, setiap suku-suku yang berdampingan pada barisan bilangan (i) selalu memiliki beda yang tetap, yaitu 2.

$$2 - 0 = 4 - 2 = 6 - 4 = 2.$$

Demikian pula pada barisan bilangan (ii) selalu memiliki beda tetap yaitu -3.

$$5 - 8 = 2 - 5 = -1 - 2 = -3.$$

Secara umum dapat ditulis

$$U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = U_4 - U_3 = \dots = U_n - U_{n-1}$$

Pada barisan aritmetika, beda disimbolkan dengan  $b$  dan suku pertama  $U_1$  disimbolkan dengan  $a$ . Berdasarkan uraian tersebut, ciri barisan aritmetika adalah

$$U_n - U_{n-1} = b$$

Rumus suku ke- $n$  dinyatakan dengan persamaan:

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Barisan (i) memiliki  $a = 0$ , dan  $b = 2$ . Suku-suku pada barisan itu dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$U_1 = 0 + (1 - 1) \cdot 2 = 0$$

$$U_2 = 0 + (2 - 1) \cdot 2 = 2$$

$$U_3 = 0 + (3 - 1) \cdot 2 = 4$$

$$U_4 = 0 + (4 - 1) \cdot 2 = 6$$

maka diperoleh rumus suku ke- $n$  pada barisan (i) adalah sebagai berikut.

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$U_n = 0 + (n - 1) \cdot 2$$

$$U_n = 0 + 2n - 2$$

$$U_n = 2n - 2$$

Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh berikut.

### Contoh 1:

Andi membuka rekening tabungan di sebuah Bank. Pada bulan pertama, ia menyetor uang Rp100.000,00. Jumlah setoran akan ia naikkan sebesar Rp 20.000,00 dari setiap bulan sebelumnya. Tentukan:

- besar setoran Andi pada bulan ke-10,
- pada bulan ke berapakah jumlah setoran Andi Rp 340.000,00?

### Pembahasan :

- Jumlah setoran Andi setiap bulannya dapat dituliskan dengan barisan 100.000, 120.000, 140.000, ...

Barisan tersebut merupakan barisan aritmetika karena beda setiap suku yang bersebelahan besarnya tetap.

Setoran pada bulan ke-1 =  $a = 100.000$ . Kenaikkan setoran setiap bulannya =  $b =$

20.000 Setoran pada bulan ke-10 menyatakan suku ke-10 atau  $U_{10}$  dari barisan tersebut. Dengan menggunakan rumus suku ke- $n$  diperoleh

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$U_{10} = 100.000 + (10 - 1) 20.000$$

$$U_{10} = 100.000 + 9 \cdot 20.000$$

$$U_{10} = 100.000 + 180.000$$

$$U_{10} = 280.000$$

Jadi, setoran Andi pada bulan ke-10 besarnya adalah Rp 280.000,00

- b. Pada bulan ke- $n$ , setoran Andi sebesar Rp 340.000, berarti diperoleh persamaan sebagai berikut.

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$340.000 = 100.000 + (n - 1)20.000$$

$$340.000 = 100.000 + 20.000n - 20.000$$

$$260.000 = 20.000n$$

$$n = \frac{260.000}{20.000}$$

$$n = 13$$

Jadi, setoran Andi pada bulan ke-13 besarnya Rp340.000,00.

Sekarang kalian sudah memahami konsep barisan aritmetika, selanjutnya bagaimana cara mencari suku tengah dari barisan aritmetika?

Jika barisan aritmatika merupakan barisan dengan jumlah sukunya ganjil maka dapat dicari suku tengahnya. Misalkan ada barisan aritmatika dengan beda atau selisih antara dua suku yang berurutan 3, contohnya 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20. Suku tengah dari barisan tersebut adalah 11 karena berada di tengah – tengah suku lainnya.

Untuk mencari rumus suku tengah barisan aritmatika, perlu disimak penjelasan berikut.

Diketahui rumus umum barisan aritmatika dengan suku pertama  $a$  dan beda  $b$ . Misalkan 3 suku pertamanya adalah  $a$ ,  $(a + b)$ ,  $(a + 2b)$ . Dari barisan tersebut, bisa dilihat kalau suku tengahnya adalah  $U_t = a + b$ , diperoleh dari  $\frac{a+(a+2b)}{2}$ .

Perhatikan pula apabila ada 5 suku pertama yaitu  $a$ ,  $(a + b)$ ,  $(a + 2b)$ ,  $(a + 3b)$ ,  $(a + 4b)$  memiliki suku tengah  $U_t = a + 2b$ , diperoleh dari  $\frac{a+(a+4b)}{2}$ .

Sehingga dapat disimpulkan bahwa nilai suku tengah barisan aritmatika diperoleh dengan cara menjumlahkan suku pertama dan suku terakhir kemudian dibagi 2.



$$U_t = \frac{1}{2}(a + U_n)$$

Untuk lebih memahami konsep suku tengah barisan aritmatika, perhatikan contoh berikut.

**Contoh 2:**

Diketahui barisan aritmatika 3, 7, 11, ..., 99. Carilah

- a. Suku tengah barisan itu
- b. Suku ke berapakah suku tengah tersebut

**Pembahasan :**

- a. Diketahui  $a = 3$

$$b = 7 - 3 = 4$$

$$U_n = 99$$

$$\begin{aligned} U_t &= \frac{1}{2}(a + U_n) \\ &= \frac{1}{2}(3 + 99) \\ &= \frac{1}{2}(102) \\ &= 51 \end{aligned}$$

Jadi suku tengahnya adalah 51.

- b. Cara menentukan letak suku tengah bisa dengan menambahkan 1 pada banyaknya suku kemudian dibagi dengan 2.

$$t = \frac{1}{2}(n + 1)$$

Dengan demikian, dapat dicari  $U_t = 51$  itu terletak di suku ke berapa. Dikarenakan belum tahu banyaknya suku, maka harus dicari terlebih dahulu dengan menggunakan rumus suku ke -  $n$ . Diketahui bahwa suku terakhirnya 99, sehingga bisa dicari 99 itu berada di suku ke berapa.

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$99 = 3 + (n - 1)4$$

$$99 = 3 + 4n - 4$$

$$99 = 4n - 1$$

$$n = 25$$

Jadi banyaknya suku ada 25 suku. Sekarang akan dicari suku tengahnya.

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{n + 1}{2} \\
 &= \frac{25 + 1}{2} \\
 &= 13
 \end{aligned}$$

Kesimpulannya suku tengah adalah 51 dan terletak pada suku ke 13.

### C. Deret Aritmatika

Coba lihat kembali contoh 1 pada pembahasan sebelumnya. Jika ditanyakan "berapakah besar setoran Andi seluruhnya selama 10 bulan pertama?" maka jawabannya adalah deret berikut:

$$S_{10} = 100.000 + 120.000 + 140.000 + \dots + 280.000$$

Untuk jumlah suku – sukunya dapat dihitung dengan cara berikut:

$$\begin{aligned}
 \text{Setoran} &= 100.000 + 120.000 + 140.000 + 160.000 + 180.000 + 200.000 + 220.000 + \\
 &\quad 240.000 + 260.000 + 280.000 \\
 &= 1.900.000
 \end{aligned}$$

Cara diatas tidak akan efektif untuk  $n$  yang cukup besar karena perhitungan akan memakan waktu lama, sehingga diperlukan suatu rumus untuk menghitung jumlah suku – sukunya.

Perhatikan bahwa deret tersebut merupakan deret aritmetika karena setiap sukunya memiliki perbedaan tetap, yaitu 20.000. Deret tersebut menyatakan jumlah 10 suku pertama, disimbolkan dengan  $S_{10}$ . Pada pembahasan sebelumnya, jumlah  $n$  suku pertama dari suatu deret disimbolkan dengan  $S_n$ , sehingga rumus jumlah  $n$  suku pertama deret aritmetika dapat diperoleh dengan persamaan berikut

$$S_n = \frac{1}{2}n(U_1 + U_n)$$

atau

$$S_n = \frac{1}{2}n(a + (n - 1)b)$$

Sehingga jumlah total setoran Andi selama 10 bulan pertama dapat dihitung dengan

perhitungan berikut.

$$S_n = \frac{1}{2}n(U_1 + U_n)$$

$$\begin{aligned} S_{10} &= \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (U_1 + U_{10}) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot (100.000 + 280.000) \\ &= 5 \cdot (380.000) \\ &= 1.900.0000 \end{aligned}$$

diperoleh besar setoran Andi selama 10 bulan adalah Rp1.900.000,00.

Penerapan rumus deret dapat pula disajikan dalam contoh berikut :

**Contoh 3 :**

Besarnya penerimaan P.T Cemerlang dari hasil penjualan barangnya Rp. 720 Juta pada tahun kelima dan Rp. 980 juta pada tahun ke tujuh. Apabila perkembangan penerimaan penjualan tersebut berpola seperti deret hitung maka

- Berapa perkembangan penerimaannya per tahun?
- Berapa besar penerimaan pada tahun pertama?
- Berapa seluruh penerimaan yang diperoleh PT cemerlang selama delapan tahun?

**Pembahasan :**

Diketahui :

Penerimaan tahun ke-5  $\rightarrow U_5 = 720$

Penerimaan tahun ke-7  $\rightarrow U_7 = 980$

a.  $U_5 = a + 4b \rightarrow a + 4b = 720 \dots (i)$

$$U_7 = a + 6b \rightarrow a + 6b = 980 \dots (ii)$$

Persamaan (i) dan (ii) dieleminasi, diperoleh

$$a + 6b = 980$$

$$a + 4b = 720 \quad \text{---}$$

$$2b = 260$$

$$b = 130$$

Jadi perkembangan penerimaannya per tahun adalah Rp. 130 juta.

- b. Subtitusikan nilai  $b$  ke salah satu persamaaan, misalkan disubtitusikan ke persamaan (i), diperoleh

$$a + 4b = 720$$

$$a + 4 \cdot 130 = 720$$

$$a + 520 = 720$$

$$a = 200$$

Jadi besar penerimaan pada tahun pertama adalah Rp. 200 juta.

c. Jumlah 8 suku pertama dari barisan aritmatika tersebut adalah

$$S_n = \frac{1}{2}n(2a + (n - 1)b)$$

$$S_8 = \frac{1}{2} \cdot \dots \cdot (2 \cdot \dots + (\dots - 1) \dots)$$

$$= \dots (\dots + \dots)$$

$$= \dots$$

Jadi besar seluruh penerimaan yang diperoleh PT cemerlang selama delapan tahun adalah Rp. ....

#### **Contoh 4 :**

Berapakah jumlah bilangan kelipatan 3 antara 10 sampai 100?

#### **Pembahasan :**

Barisan bilangan kelipatan 3 antara 10 sampai 100 adalah 12, 15, 18, 21, ..., 99

Sehingga diperoleh  $a = 12$ ,  $b = 3$  dan  $U_n = 99$

Akan dicari terlebih dahulu banyaknya suku pada barisan tersebut

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$99 = 12 + (n - 1) \cdot 3$$

$$99 = 12 + 3n - 3$$

$$99 = 3n + 9$$

$$n = 30$$

Selanjutnya dicari jumlah 30 suku pertama barisan tersebut

$$S_n = \frac{1}{2}n(U_1 + U_n)$$

$$S_{30} = \frac{1}{2} \cdot 30(12 + 99)$$

$$= 15(111)$$

$$= 1665$$

Jadi jumlah bilangan kelipatan 3 antara 10 sampai 100 adalah 1665.

Untuk lebih memahami materi barisan dan deret aritmatika, dapat mengakses laman

<https://www.youtube.com/watch?v=UzewiSnWIbM>

[https://www.youtube.com/watch?v=eqessPPh\\_fo](https://www.youtube.com/watch?v=eqessPPh_fo)

<https://www.youtube.com/watch?v=t8ger3ORueU>

### **Latihan soal**

Kerjakan soal dibawah ini dengan benar, jelas, dan sistematis.

1. Perusahaan keramik menghasilkan 5.000 buah keramik pada bulan pertama produksinya. Dengan adanya penambahan tenaga kerja, maka jumlah produk yang dihasilkan juga ditingkatkan. Akibatnya, perusahaan tersebut mampu menambah produksinya sebanyak 300 buah setiap bulannya. Jika perkembangan produksinya konstan setiap bulan, berapa jumlah keramik yang dihasilkannya pada bulan ke 12 ?. Berapa buah jumlah keramik yang dihasilkannya selama tahun pertama produksinya ?
2. Penerimaan Perusahaan Bagus dari hasil penjualannya sebesar Rp. 1,2 miliar pada tahun kelima dan sebesar Rp. 1,8 miliar pada tahun ketujuh. Apabila perkembangan penerimaan perusahaan tersebut konstan dari tahun ke tahun, berapakah perkembangan penerimaannya per tahun, berapakah penerimaannya pada tahun pertama dan pada tahun ke berapa penerimaannya mencapai Rp. 2,7 miliar ?
3. Selvi naik taksi dari Kota A ke Kota B yang berjarak 9 kilometer. Besarnya argo taksi adalah Rp8.000,00 untuk 1 kilometer pertama, kemudian bertambah Rp700,00 tiap 100 meter selanjutnya. Hitunglah besarnya ongkos taksi yang harus dibayar Selvi !
4. Pak Ali sedang membuat tembok dari batu bata. Banyak batu bata di tiap lapisan membentuk barisan aritmetika. Jika banyak batu bata di lapisan paling atas adalah 10 buah dan 32 lapis yang sudah dipasang membutuhkan 1.312 batu bata, maka berapa banyak batu bata pada lapisan paling bawah ?
5. Sebuah barisan aritmatika yang memiliki 7 suku diketahui suku pertamanya adalah 2 dan selisih suku ganjil yang berdekatan adalah 4. Tentukan suku tengah barisan aritmatika tersebut !

Selamat mengerjakan

## BAHAN AJAR DARING HANDOUT Ke – 3

# MATERI SISIPAN BARISAN ARITMATIKA

**Kelas/ Semester** : X (Sepuluh)/Gasal

**Pengampu** : Sayekti Dwiningrum

**Alokasi waktu** : 2 × 40 menit

### Kompetensi Dasar dan Indikator Pencapaian Kompetensi :

Kompetensi Dasar	Indikator Pencapaian Kompetensi
4.5 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan barisan dan deret aritmatika	4.5.1 Mengamati dan mengidentifikasi fakta sisipan antara dua suku berurutan pada barisan aritmetika. 4.5.2 Menentukan banyaknya suku pada barisan aritmetika setelah disisipkan 4.5.3 Menentukan suku pertama dan beda barisan aritmetika setelah disisipkan. 4.5.4 Menganalisis dan menentukan rumus suku ke- $n$ dan jumlah $n$ suku pertamanya setelah disisipkan.

### Tujuan Pembelajaran :

1. Melalui kegiatan pengamatan dan menggali informasi peserta didik dapat mengidentifikasi fakta sisipan antara dua suku berurutan pada barisan aritmetika dengan tepat.
2. Melalui kegiatan diskusi, tanya jawab, dan latihan mandiri peserta didik dapat menentukan banyaknya suku pada barisan aritmetika setelah disisipkan dengan benar.
3. Melalui kegiatan diskusi, tanya jawab, dan latihan mandiri peserta didik dapat menentukan suku pertama dan beda barisan aritmetika setelah disisipkan dengan tepat.
4. Melalui kegiatan diskusi, tanya jawab, dan latihan mandiri peserta didik dapat menganalisis dan menentukan rumus suku ke- $n$  dan jumlah  $n$  suku pertamanya setelah disisipkan dengan cermat, teliti dan tepat.

## Pengantar Materi :

Kalian sudah mengetahui bahwa barisan aritmatika adalah barisan yang setiap bilangan satu dengan yang disampingnya mempunyai selisih sama. Sekarang kita ambil barisan aritmetika 2, 8, 14, 20, ... dan akan disisipkan satu bilangan diantara setiap sukunya dengan catatan setelah disisipkan barisannya akan tetap menjadi barisan aritmatika.

2, ?, 8, ?, 14, ?, 20, ...

Dengan mencoba-coba kita bisa menemukan angka yang dicari, tetapi teknik mencoba-coba akan sangat lambat jika banyaknya sisipan adalah sangat banyak. Dengan mencoba-coba ditemukan angka 5 pada tanda tanya pertama, sehingga setelah disisipkan masih terbentuk barisan aritmetika.

Memang, menggunakan teknik mencoba-coba adalah salah satu bagian dari teknik mengerjakan matematika. Akan tetapi kita juga harus memperhatikan kasus. Apakah kasus ini cukup cepat untuk menggunakan teknik coba-coba atau akan sangat lama waktu yang dibutuhkan untuk mencoba-coba. Perhatikan saja dua suku pertama, yaitu 2 dan 8.. jika disisipkan satu bilangan, maka kita sama saja mencari nilai rata-rata dari kedua bilangan tersebut yaitu 5.

### A. Pengertian Sisipan

Sisipan dalam barisan/deret diartikan sebagai penambahan suku-suku ke barisan/deret yang sudah ada sebelumnya. Kemudian,  $k$  adalah jumlah suku yang disisipkan di tiap suku-suku berdekatan pada deret sebelumnya. Untuk lebih jelasnya perhatikan ilustrasi dibawah ini.

Jika terdapat dua bilangan  $p$  dan  $q$ , kemudian disisipkan  $k$  bilangan maka tampak seperti:

$p \dots \dots \dots \dots \dots \dots q$

Disisipkan  $k$  bilangan

pastinya akan diperoleh barisan bilangan baru dengan selisih antara dua suku yang berdekatan akan berubah.

### B. Sisipan Barisan Aritmatika

Misalkan dipunyai sebuah barisan aritmatika  $U_1, U_2, U_3$ . Diantara dua sukunya disisipkan beberapa bilangan, misalkan 2 buah bilangan saja, maka akan terbentuk barisan aritmatika baru dengan beda yang baru pula.

$U_1, x, y, U_2, z, w, U_3$

Jadi, sisipan barisan aritmatika adalah barisan aritmatika baru yang didapatkan dari barisan aritmatika lama dengan cara menyisipkan  $k$  bilangan diantara dua suku yang berdekatan dari barisan aritmatika lama.

Selanjutnya, akan dicari rumus beda baru dan banyak suku baru pada sisipan barisan aritmatika.

Kita mulai dari yang sederhana dulu, misalkan diantara dua suku yaitu  $U_1$  dan  $U_2$  disisipkan 3 buah bilangan maka akan terbentuk barisan

$$U_1, (U_1 + b'), (U_1 + 2b'), (U_1 + 3b'), U_2$$

Perhatikan bahwa setiap sukunya (kecuali suku pertama) merupakan penjumlahan suku sebelumnya dengan beda baru. Berarti bila disisipkan  $k$  bilangan maka akan menjadi barisan seperti dibawah ini

$$U_1, (U_1 + b'), (U_1 + 2b'), (U_1 + 3b'), \dots, (U_1 + kb'), U_2$$

Sehingga dapat dirumuskan

$$(U_1 + kb') + b' = U_2$$

$$U_1 + (kb' + b') = U_2$$

$$U_1 + b'(k + 1) = U_2$$

$$b'(k + 1) = U_2 - U_1$$

$$b' = \frac{U_2 - U_1}{k + 1} = \frac{b}{k + 1}$$

Kesimpulannya rumus beda barisan aritmetika setelah disisipkan  $k$  bilangan adalah

$$b' = \frac{b}{k + 1}$$

Selanjutnya bagaimana dengan banyaknya suku yang telah disisipkan  $k$  bilangan. Tentunya banyak suku – sukunya akan berubah.

Perhatikan ilustrasi berikut.

Misalkan diantara suku  $U_1$  dan  $U_2$  disisipkan 3 bilangan yang diberi simbol  $\Delta$  (karena yang dibutuhkan adalah banyaknya suku bukan nilai sukunya).

**Percobaan 1 :**

$$n = 2 \text{ dan } k = 3$$

$$U_1, \Delta, \Delta, \Delta, U_2$$

$$n' = 3 + 2 = 5$$

$$n' = k + n$$

**Percobaan 2 :**



$$n = 3 \text{ dan } k = 3$$

$$U_1, \Delta, \Delta, \Delta, U_2, \Delta, \Delta, \Delta, U_3$$

$$n' = 2 \cdot 3 + 3 = 9$$

$$n' = 2k + n$$

**Percobaan 3 :**

$$n = 4 \text{ dan } k = 3$$

$$U_1, \Delta, \Delta, \Delta, U_2, \Delta, \Delta, \Delta, U_3, \Delta, \Delta, \Delta, U_4$$

$$n' = 3 \cdot 3 + 4 = 13$$

$$n' = 3k + n$$

**Percobaan 4 :**

$$n = 5 \text{ dan } k = 3$$

$$U_1, \Delta, \Delta, \Delta, U_2, \Delta, \Delta, \Delta, U_3, \Delta, \Delta, \Delta, U_4, \Delta, \Delta, \Delta, U_5$$

$$n' = 4 \cdot 3 + 5 = 17$$

$$n' = 4k + n$$

Dari percobaan 3 dan 4, nilai k tidak mempengaruhi rumus, artinya berapapun bilangan yang disisipkan bentuk rumusnya tidak berubah. Bentuk rumus akan berubah jika n berubah.

Jika diperhatikan, koefisien k selalu berkurang satu dari n atau bisa ditulis  $(n - 1)$ .

$$n = 2 \rightarrow n' = k + n$$

$$n = 3 \rightarrow n' = 2k + n$$

$$n = 4 \rightarrow n' = 3k + n$$

⋮

$$n = n \rightarrow n' = (n - 1)k + n$$

Jadi rumus banyaknya suku barisan aritmatika setelah disisipkan k bilangan adalah

$$n' = (n - 1)k + n$$

Berikut ini diberikan contoh soal sisipan barisan aritmatika.

**Contoh 1 :**

Diantara bilangan 20 dan 116 disisipkan 11 bilangan sehingga menjadi barisan aritmatika baru. Tentukanlah

- Suku pertama dan beda barisan aritmatika baru
- Suku tengah barisan aritmatika baru dan letaknya

**Pembahasan :**

Diketahui  $a = 20$ ,  $b = 116 - 20 = 96$ ,  $n = 2$ ,  $k = 11$ , dan  $U_n = U_{n'} = 116$

- a. Suku pertama barisan aritmatika baru = suku pertama barisan aritmatika lama  
(tidak mengalami perubahan letak)  
 $= a$   
 $= 20$

Beda barisan aritmatika baru adalah

$$\begin{aligned} b' &= \frac{b}{k + 1} \\ &= \frac{96}{11 + 1} \\ &= \frac{96}{12} \\ &= 8 \end{aligned}$$

Jadi barisan aritmatika baru mempunyai suku pertama 20 dan beda 8.

- b. Untuk mencari suku tengah, terlebih dahulu dicari  $n'$ , sebab akan dibutuhkan saat mencari letak suku tengah barisan aritmatika baru.

$$\begin{aligned} n' &= (n - 1)k + n \\ &= (2 - 1) \cdot 11 + 2 \\ &= 11 + 2 \\ &= 13 \end{aligned}$$

Selanjutnya akan dicari suku tengahnya

$$\begin{aligned} U_t &= \frac{1}{2}(a + U_{n'}) \\ &= \frac{1}{2}(20 + 116) \\ &= \frac{136}{2} \\ &= 68 \end{aligned}$$

Letak suku tengahnya adalah

$$\begin{aligned} t &= \frac{1}{2}(n' + 1) \\ &= \frac{1}{2}(13 + 1) \\ &= 7 \end{aligned}$$

Jadi suku tengah barisan aritmatika baru adalah 68 dan terletak pada suku ke - 7.

### C. Rumus Suku ke – n dan Jumlah n Suku Pertama Barisan Aritmatika Setelah Disisipkan k Bilangan

Pada pembahasan sebelumnya, telah diperoleh rumus suku ke – n barisan aritmatika adalah  $U_n = a + (n - 1)b$ . Karena adanya sisipan maka diperoleh barisan aritmatika baru dengan  $n$  dan  $b$  baru sehingga rumusnya mengikuti barisan aritmatika yang baru yaitu

- Rumus suku ke-  $n'$  adalah  $U'_n = a' + (n' - 1)b'$
- Rumus jumlah  $n$  suku pertama adalah

$$S'_n = \frac{1}{2}n'(2a + (n' - 1)b')$$

atau

$$S'_n = \frac{1}{2}n'(U_1 + U'_n)$$

Untuk lebih memahami suku ke –  $n$  dan jumlah  $b$  suku barisan aritmatika baru, perhatikan contoh berikut.

#### Contoh 2 :

Diberikan barisan aritmatika 2, 18, 34, ... . Diantara dua suku yang berurutan disisipkan 3 bilangan sehingga terbentuk barisan aritmatika baru. Tentukanlah

- a. Suku ke – 21 barisan aritmatika baru
- b. Jumlah 30 suku pertama dari barisan aritmatika baru

#### Pembahasan :

Diketahui :  $a = a' = 2$ ,  $b = 18 - 2 = 16$ ,  $k = 3$

- a. Untuk mencari suku ke – 21 barisan aritmatika baru, terlebih dahulu dicari beda barisan aritmatika baru yaitu

$$\begin{aligned} b' &= \frac{b}{k + 1} \\ &= \frac{16}{3 + 1} \\ &= \frac{16}{4} \\ &= 4 \end{aligned}$$

Selanjutnya,

$$U'_n = a' + (n' - 1)b'$$

$$\begin{aligned} U'_{21} &= 2 + (21 - 1)4 \\ &= 2 + 80 \\ &= 82 \end{aligned}$$

Jadi, suku ke – 21 barisan aritmatika baru adalah 82.

b. Jumlah 30 suku pertama dari barisan aritmatika baru adalah

$$S'_n = \frac{1}{2}n'(2a + (n' - 1)b')$$

$$\begin{aligned} S'_{30} &= \frac{1}{2} \cdot 30 (2 \cdot 2 + (30 - 1) \cdot 4) \\ &= 15 (4 + 116) \\ &= 15(120) \\ &= 1800 \end{aligned}$$

Jadi, jumlah 30 suku pertama barisan aritmatika baru adalah 1800.

Untuk lebih memahami materi sisipan barisan aritmatika, dapat mengakses laman

<https://www.youtube.com/watch?v=aIkJOUhoLgw>

### **Latihan soal**

Kerjakan soal dibawah ini dengan benar, jelas, dan sistematis.

1. Sebelas buah bilangan membentuk deret aritmetika dan mempunyai jumlah 187. Jika pada setiap 2 suku yang berurutan pada deret tersebut disisipkan rata-rata dari 2 suku yang berurutan tersebut, maka hitunglah jumlah deret yang baru !
2. Jika jumlah n suku pertama dari suatu deret adalah  $S_n = (n - 1) (n) (n + 1)$ , maka carilah suku ke-10 deret tersebut !
3. Dalam suatu barisan aritmetika, nilai rata-rata dari 4 suku pertama adalah 8 dan nilai rata – rata 9 suku pertama adalah 3. Carilah rumus jumlah n suku pertama barisan tersebut !
4. Panjang sisi sebuah segitiga siku-siku membentuk barisan aritmetika. Jika keliling segitiga tersebut adalah 72, maka hitunglah luas segitiga itu !
5. Jika perbandingan suku pertama dan suku ketiga suatu barisan aritmetika adalah 2:3, maka carilah perbandingan suku kedua dan suku keempat !

Selamat mengerjakan