

# SELEKSI KOMPETISI SAINS MADRASAH 2019

Tingkat : Nasional

Mata Uji : MA-MAT-1



1. Imam memilih secara acak satu surat dari al-Qur'an untuk dibaca dan dipahami maknanya. Peluang terambilnya surat yang jumlah bilangan nomor surat dan banyak ayat merupakan bilangan prima adalah ....

- (A)  $\frac{10}{114}$
- (B)  $\frac{20}{114}$
- (C)  $\frac{29}{114}$
- (D)  $\frac{31}{114}$

2. Farhan membaca juz 30 kecuali surat yang banyak ayatnya 3 dan membaca satu surat yang banyak ayatnya  $a$  dari juz lainnya sehingga rata-rata ayat yang dibaca adalah 17. Farid membaca juz 30 kecuali surat yang banyak ayatnya 19 dan membaca satu surat yang banyak ayatnya  $b$  dari juz lain sehingga rata-rata ayat yang dibaca juga 17. Selanjutnya Farhan dan Farid membuat persamaan kuadrat  $ax^2 - bx = a - b$ . Selisih penyelesaian persamaan kuadrat tersebut adalah ....

- (A) 1
- (B)  $\frac{1}{3}$
- (C)  $\frac{1}{5}$
- (D)  $\frac{1}{7}$

3. Fatimah mendata semua bilangan yang menyatakan urutan nama dalam Asma'ul Husna yang dapat disusun dari huruf-huruf penyusun huruf muqatha'at dalam al-Qur'an. Median data yang diperoleh Fatimah merupakan urutan nama ... dalam Asma'ul Husna.

- (A) الحکیم
- (B) الحطیم
- (C) العلی
- (D) الکریم

4. Pak Sulaiman adalah seorang pengusaha sukses dan sangat dermawan. Ia meninggal dunia sesaat setelah mengikuti jemaah shalat Shubuh pada 16 Agustus 2019. Ahli waris yang ditinggalkan adalah ibu, ayah, seorang istri, seorang anak laki-laki, seorang anak perempuan dan empat orang saudara laki-laki. Sebelum meninggal, ia sempat berwasiat untuk menyumbang ke empat panti asuhan di sekitar kediamannya masing-masing sebesar Rp 35.000.000,00. Jika harta yang ditinggalkan senilai Rp 12.741.500.000,00 dan biaya perawatan jenazah sebesar Rp 1.500.000,00 maka bagian yang diperoleh anak perempuan sebesar ....

- (A) Rp 6.300.000.000,00
- (B) Rp 4.200.000.000,00
- (C) Rp 3.412.500.000,00
- (D) Rp 2.275.000.000,00

5. Harta kekayaan Pak Syahid yang memenuhi haul semakin meningkat dan membentuk barisan aritmetika yang dalam tiga tahun terakhir ini jumlahnya Rp 45.000.000,00. Jika harta tahun kedua ditambah 1 juta rupiah dan harta tahun ketiga ditambah 5 juta rupiah, maka diperoleh barisan geometri. Jika diasumsikan harga per gram emas sebesar Rp 600.000,00 maka besar zakat mal yang harus dikeluarkan Pak Syahid di tahun kelima sejak wajib mengeluarkan zakat mal adalah ....

- (A) Rp 2.175.000,00
- (B) Rp 2.375.000,00
- (C) Rp 2.575.000,00
- (D) Rp 19.000.000,00

6.

Ibnu Hisyam dalam buku *as-Sirah an-Nabawiyah*

menyatakan terjadi 27 peperangan di masa

Nabi Muhammad SAW yang semuanya terjadi di periode

Madinah. Diketahui perang Badar Kubra terjadi pada tahun  $a$  H,

perang Uhud terjadi pada tahun  $b$  H, perang Bani Nadhir terjadi

pada tahun  $c$  H, dan perang Hudaibiyah terjadi pada tahun  $d$  H.

Misalkan  $x_1, x_2, x_3,$  dan  $x_4$  dengan  $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$

adalah selesaian persamaan  $(x + 1)(ax + 1)(bx - 1)(cx - 1) + dx^4 = 0$

dan  $x_1 + x_4 = m$  serta  $x_2 + x_4 = n$ . Maka nilai dari  $\frac{(c+d)m}{abn}$  adalah ....

- (A) -4
- (B) -2
- (C) 0
- (D) 2

---

7.

Jika banyaknya penyebutan nama Ismail dan Harun

dalam al-Quran dinyatakan dengan  $10a + b$ ,

maka nilai  $x$  yang memenuhi persamaan

$$\left(\sqrt{a + b\sqrt{b}}\right)^x - \left(\sqrt{a - b\sqrt{b}}\right)^x = \frac{a}{b}$$

adalah ....

- (A)  $\log_{\sqrt{2}+1} 2$
- (B)  $\log_{\sqrt{3}+1} 2$
- (C)  $\log_2 \sqrt{2} + 1$
- (D)  $\log_2 \sqrt{3} + 1$

---

8.

Segitiga siku-siku PQR mempunyai sudut siku-siku di Q dan sudut R berukuran  $\left(\frac{a+5}{2}\right)^\circ$  dengan  $a$  adalah banyaknya syuhada di perang Uhud. Jika panjang PQ adalah  $4 + \sqrt{2} - \sqrt{6}$  satuan, maka luas lingkaran luar segitiga PQR adalah .... satuan.

- (A)  $2\pi[4 - (\sqrt{6} - \sqrt{2})]$   
 (B)  $2\pi[4 - (\sqrt{6} + \sqrt{2})]$   
 (C)  $\pi[4 - (\sqrt{6} - \sqrt{2})]$   
 (D)  $\pi[4 - (\sqrt{6} + \sqrt{2})]$

9.  
Perhatikan hadits berikut.

وَقَالَ النَّبِيُّ صَلَّى اللَّهُ عَلَيْهِ وَسَلَّمَ : أَلَا أَعْلَمُكُمْمَا خَيْرًا مِمَّا سَأَلْتُمَانِي؟! إِذَا أَخَذْتُمَا مَضَاجِعَكُمَا، تُكَبِّرَا أَرْبَعًا وَثَلَاثِينَ، وَتُسَبِّحَانِ ثَلَاثًا وَثَلَاثِينَ، وَتَحْمَدَانِ ثَلَاثَةَ ثَلَاثِينَ وَثَلَاثِينَ، فَهُوَ خَيْرٌ لَكُمَا مِنْ خَادِمٍ

Misalkan  $x$  adalah jumlah dari digit-digit bilangan yang disebut dalam hadits tersebut dan  $S$  adalah himpunan bilangan banyaknya masing-masing bacaan idhar, idgham, ikhfa', dan iqlab dalam semua surat yang ayatnya sebanyak  $x$ . Luas persegipanjang terbesar yang dapat dibuat dengan ukuran sisi diambil dari himpunan  $S$  adalah ... satuan luas.

- (A) 104  
 (B) 112  
 (C) 196  
 (D) 225

10.

تأمل الآية التالية من سورة السجدة

يُدَبِّرُ الْأَمْرَ مِنَ السَّمَاءِ إِلَى الْأَرْضِ ثُمَّ يَعْرُجُ إِلَيْهِ فِي يَوْمٍ كَانَ مِقْدَارُهُ أَلْفَ سَنَةٍ مِمَّا تَعُدُّونَ

المسافة بين الأرض والسماء حسب هذه الآية هي

- (A)  $4.730,4 \times 10^{11}$  Km  
(B)  $4.730,4 \times 10^{12}$  Km  
(C)  $9.460,8 \times 10^{11}$  Km  
(D)  $9.460,8 \times 10^{12}$  Km

11.  
Setelah membaca surat al-Muddatstsir ayat 30 berikut

عَلَيْهَا تِسْعَةَ عَشَرَ

Amir mempunyai ide untuk membuat password brankas masjid yang terdiri atas empat angka berbeda yang jumlahnya sama dengan bilangan yang disebut dalam ayat tersebut. Selain itu, password harus memuat tepat dua bilangan prima. Banyaknya kemungkinan password yang dapat dibuat Amir adalah ....

- (A) 144  
(B) 168  
(C) 184  
(D) 208

12.

أحمد ، أمير ، أكمل وعزيز يريدون قراءة جميع السور في القرآن بطريقة مختلفة. سيقراً أحمد سورة ويقفز فوق سورتين للسورة التالية ، وسيقرأ أمير سورة ويقفز فوق ثلاث سورات للسورة التالية ، وسيقوم أكمل قراءة سورة ويقفز أربع سورة للسورة التالية ، وسيقوم عزيز قراءة سورة ويقفز ست سورة للسورة القادمة بطريقة دورية ، إذا انطلقت الأربعة من سورة الفاتحة ، فعندئذ فإن الشخص الذي سيكون قادراً على قراءة جميع السور في القرآن الكريم هو

- (A) Ahmad  
(B) Amir  
(C) Akmal  
(D) Aziz

13.

Misalkan  $S$  adalah himpunan  $n$  bilangan asli pertama dengan  $n$  menyatakan banyaknya ayat dalam surat al-Fajr dan  $A$  adalah himpunan bagian dari  $S$  dengan kardinalitas terbesar sehingga hasil perkalian semua unsur di  $A$  adalah kuadrat sempurna. Ayat dari surat al-Fajr yang bilangannya tidak termuat di  $A$  adalah ....

- (A) وَالشَّفَعِ وَالْوَثْرِ
- (B) وَفِرْعَوْنَ ذِي الْأَوْتَادِ
- (C) كَلَّا بَلْ لَا تُكْرِمُونَ الْيَتِيمَ
- (D) كَلَّا إِذَا دُكَّتِ الْأَرْضُ دَكًّا دَكًّا

14. Diberikan kerucut dengan tinggi 12 satuan dan jari-jari lingkaran alas 5 satuan. Dari titik  $P$  dan  $Q$  pada alas, secara berturut-turut dibuat elips yang mengelilingi selimut kerucut dengan ketinggian maksimum 4 satuan dan 6 satuan dari alas. Kedua elips berturut-turut berpotongan di titik  $A$  dan  $B$ . Jika panjang  $PQ$  merupakan diameter alas, maka panjang ruas garis  $AB$  adalah ...

- (A) 6
- (B)  $\frac{15}{2}$
- (C)  $5\sqrt{2}$
- (D)  $\frac{20}{3}$

15.

Diberikan segitiga  $ABC$ . Titik  $Q$  pada busur  $BC$ , di lingkaran luar  $ABC$ , yang tidak memuat  $A$ . Titik  $P$  pada ruas garis  $BC$  sehingga

$$\angle BAQ = \angle PAC = 30^\circ$$

Diketahui panjang  $AQ$  (sebagai diameter) adalah 6 satuan dan panjang adalah  $BC = 5$  satuan. Jika

$$AP^2 = \frac{a+b\sqrt{c}}{d} \text{ dengan } a, b, c, d \text{ bulat, } c \text{ squarefree, dan } \text{fpb}(a, d) = \text{fpb}(b, d) = 1 \text{ maka } a + b + c + d = \dots$$

- (A) 48
  - (B) 103
  - (C) 140
  - (D) 143
- 

16.  
Diberikan segitiga  $ABC$  dengan  $AB = BC + 9 = AC + 10 = 17$  satuan.  
Dibuat lingkaran  $\Gamma$  yang menyinggung  $BA$  dan  $BC$  serta lingkaran luar  $ABC$ .  
Jika  $O$  titik pusat lingkaran luar  $ABC$  dan  $Q$  titik pusat lingkaran  $\Gamma$ ,  
maka panjang  $OQ$  paling dekat dengan ... satuan.

- (A) 8,4
  - (B) 8,5
  - (C) 8,6
  - (D) 8,7
- 

17.  
Diketahui  $ABCD$  jajar genjang dengan  $\angle ADC = 30^\circ$ .  
Titik  $E$  pada ruas  $AB$  sehingga  $AE = BE$  dan  $\angle EDC = 15^\circ$ .  
Besarnya sudut  $BCE$  adalah ...

- (A)  $45^\circ$
  - (B)  $60^\circ$
  - (C)  $75^\circ$
  - (D)  $90^\circ$
- 

18.

Misalkan  $f(n)$  menyatakan banyaknya bilangan  $n$  angka  $\overline{a_1 a_2 \dots a_n}$  yang memenuhi sifat:

- bilangannya disusun dari angka 0 sampai 3,
- untuk setiap  $i, j \in \{1, 2, \dots, n - 2\}$  dengan  $i < j$  berlaku  $a_i + a_{i+1} + a_{i+2} \geq a_j + a_{j+1} + a_{j+2}$ , dan
- untuk setiap  $i, j \in \{1, 2, \dots, n - 1\}$  dengan  $i < j$  berlaku  $a_i + a_{i+1} \geq a_j + a_{j+1}$ .

Hitunglah sisa  $f(20)$  jika dibagi 100.

- (A) 14  
(B) 24  
(C) 44  
(D) 84

---

19.

Diberikan tiga titik segaris,  $A$ ,  $B$ , dan  $C$ , pada koordinat kartesius dengan  $C$  merupakan titik tengah  $AB$ . Titik  $B$  dirotasikan sebesar  $30^\circ$  terhadap  $A$  menghasilkan titik  $B_0$ . Titik  $C$  dirotasikan sebesar  $90^\circ$  terhadap  $A$  menghasilkan titik  $C_0$ .

Perbandingan panjang  $C_0B_0$  dengan  $CB$  adalah ...

- (A)  $\sqrt{3}: 1$   
(B)  $2: 1$   
(C)  $2\sqrt{3}: 1$   
(D)  $4: 1$
-



20. Himpunan bilangan  $A=\{1,2,\dots,20\}$  dipartisi menjadi beberapa himpunan bagian yang beranggotakan masing-masing dua anggota. Jika jumlah anggota pada masing-masing partisi tidak lebih dari 22, ada berapa cara mempartisi yang mungkin?

- (A) 50
  - (B) 70
  - (C) 88
  - (D) 106
- 

21. Dari himpunan  $A=\{a,b,c,\dots,h\}$  dibuat tiga himpunan bagian yang gabungan ketiganya adalah  $A$ . Jika ketiga himpunan tersebut digambarkan dalam diagram Venn, tujuh bagian pada diagram Venn tidak kosong. Jika banyak cara membuat tiga himpunan bagian tersebut adalah  $K$ , dua angka terakhir dari  $K$  adalah ...

- (A) 00
  - (B) 20
  - (C) 40
  - (D) 80
- 

22. Misalkan  $a,b,c,d$  bilangan real tak negatif sehingga  $a+b+c+d=4$ . Nilai maksimum dari  $ab+b^2c+c^2d+da$  adalah  $S$ . Nilai  $S$  paling dekat dengan ...

- (A) 8
  - (B) 9
  - (C) 9,5
  - (D) 10
- 

23. Diberikan bilangan asli  $n > 3$ . Misalkan  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  suatu fungsi yang memenuhi

$$f(x) = \sum_{k=1}^n k|x - k|$$

untuk setiap  $x \in \mathbb{N}$ . Nilai terkecil  $n$  sehingga terdapat  $k \in \mathbb{N}$  yang memenuhi  $f(k) = f(k + 1)$  adalah ...

- (A) 14
  - (B) 20
  - (C) 84
  - (D) 119
- 

24.

Suatu matriks  $A$  berukuran  $2 \times 2$ , memiliki sifat  $A^{-1} = A$  dan jumlah semua entrinya non-negatif. Jika  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ , maka nilai minimum dari  $a + d$  adalah ...

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3

---

25.

Setelah surah Al Baqarah di posisi pertama yang memiliki 286 ayat, surah dengan banyak ayat terbanyak di posisi kedua memiliki  $n$  ayat. Misalkan  $F_k$  menyatakan suku ke- $k$  dari barisan Fibonacci yakni barisan yang didefinisikan dengan:  $F_1 = F_2 = 1$  dan untuk  $k > 2$ ,  $F_k = F_{k-1} + F_{k-2}$ . Sisa pembagian  $F_{3^n}$  oleh 13 adalah ...

- (A) 8
- (B) 4
- (C) 2
- (D) 1